

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Для заочной формы обучения

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по дисциплине

«ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ»

Направление подготовки 05.03.05. – Прикладная гидрометеорология
Профиль подготовки – Прикладная метеорология
Квалификация (степень) -
Бакалавр академический

*(Подлежит возврату
на метеорологический факультет)*



Санкт-Петербург
2017

Одобрено Ученым советом метеорологического факультета РГГМУ

К 55УД1.5(075)+551 *46(075. 8)

Методические указания по дисциплине «Динамическая метеорология» для высших учебных заведений. Направление подготовки 05.03.05. – Прикладная гидрометеорология. Профиль подготовки – Прикладная метеорология. Квалификация (степень) – Бакалавр академический. – СПб.: Изд. РГГМУ, 2017. – 38 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Динамическая метеорология». Даются рекомендации по изучению дисциплины. Приводятся вопросы для самопроверки, рекомендуемая литература, примеры решения задач, варианты контрольной работы.

Составители: К.Л.Егоров, к.ф.-м.н., доцент каф. ДАКЗ, РГГМУ;
Н.С. Еремина, доцент кафедры ДАКЗ, РГГМУ.

Ответственный редактор: К.Л.Егоров, к.ф.-м.н., доцент, и.о. зав. каф. ДАКЗ, РГГМУ

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2017.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Динамическую (теоретическую) метеорологию студенты заочного отделения изучают на IV курсе, после того, как ими пройдены курсы высшей математики, физики, полный курс механики жидкости и газа (включая геофизическую гидродинамику) и общей метеорологии. Задачей динамической (теоретической) метеорологии является изучение закономерностей атмосферных процессов и строения атмосферы на основе общих принципов гидротермодинамики.

Цель дисциплины – сформировать знания и навыки, которые впоследствии могли бы служить фундаментальной основой для изучения синоптической метеорологии, гидродинамических прогнозов, климатологии, физических основ воздействий на атмосферные процессы, экологии и охраны атмосферы и других дисциплин.

Студенты должны уметь творчески осмысливать физические механизмы формирования широкого спектра атмосферных процессов, должны знать временную динамику и пространственную структуру характерных типов движений в атмосфере, обладать навыками их математического моделирования и решать задачи, связанные с количественными оценками, как в рамках аналитических моделей, так и с использованием современной вычислительной техники.

Студенты, усвоившие материал, должны уметь:

- объяснять особенности основных атмосферных явлений, исходя из общих законов гидромеханики и термодинамики;
- формулировать и решать простейшие задачи, связанные с разнообразными процессами, протекающими в атмосфере;
- выполнять вычисления, необходимые при выполнении профессиональных обязанностей бакалавра-метеоролога.

При изучении каждого вопроса студент должен иметь ясное представление о том, какие физические законы положены в основу решения, какие сделаны упрощения, четко понимать физический смысл полученных решений.

Программой предусмотрено выполнение одной контрольной работы, содержащей задачи по разным разделам курса.

К выполнению контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующих разделов курса по рекомендованной литературе. Также необходимо разобраться с приведенными в методических указаниях примерами решения задач.

Контрольная работа имеет 4 варианта. Выбор варианта определяется следующим образом: студенты, у которых номера зачетных книжек заканчиваются цифрами 0, 1, 2, выполняют вариант №1; цифрами 3, 4, 5 – выполняют вариант №2; цифрами 6, 7 – вариант №3; цифрами 8, 9 – вариант № 4.

В результате изучения дисциплины «Динамическая метеорология»

формируются следующие компетенции:

ОК-5 - способность к самообразованию, саморазвитию и самоконтролю, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации;

ОПК-1 - способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики;

ОПК-3 – способность анализировать и интерпретировать данные натурных и лабораторных наблюдений, теоретических расчетов и моделирования;

ПК-2 – способность анализировать явления и процессы, происходящие в природной среде, на основе экспериментальных данных и массивов гидрометеорологической информации, выявлять в них закономерности и отклонения;

ПК-4 – способность к решению гидрометеорологических задач, достижению поставленных критериев и показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Подольская Э.Л.* Механика жидкости и газа. Раздел «Геофизическая гидродинамика». Учебное пособие. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007.- 154с.
2. *Клемин В.В., Кулешов Ю.В., Суворов С.С., Волконский Ю.Н.* Динамика атмосферы: Учебник. – СПб.: Наука, 2013. – 421 с.
3. *Русин И.Н.* Динамическая метеорология (ознакомительный курс). Курс лекций. СПб.: изд.РГГМУ, 2008. – 274с.
4. Динамическая метеорология. Под ред. *Лайхтмана Д.Л.* – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 608с.
5. *Радикевич В.М.* Динамическая метеорология для океанологов. Учебное пособие. – Л.: изд. ЛПИ, 1985. – 157с.
6. Задачник по динамической метеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 166с.

УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ

Основные уравнения динамики турбулентной атмосферы

При изучении этого раздела студенты должны получить четкое представление о роли сил, действующих в атмосфере, о различии мгновенных значений метеорологических величин, их средних значений и турбулентных флуктуаций, о физическом смысле слагаемых в осреднённых уравнениях переноса различных субстанций (уравнениях гидротермодинамики турбулентной атмосферы) и о

понятиях турбулентных потоков и притоков субстанций. Необходимо понять термические эффекты сжатия или расширения в турбулентных вихрях при их вертикальных перемещениях и различные варианты критериев статической устойчивости атмосферы.

Литература

- [1] – Гл.1, с.3-27.
- [4] - Гл. 7, с. 184-206.
- [5] – Гл.2, с.6-52.

Вопросы для самопроверки

1. Следствием какого закона механики являются уравнения движения?
2. Почему в движущейся воздушной массе сила Кориолиса не совершает работу?
3. В чём принципиальное отличие данных стандартных наблюдений метеорологических параметров от их мгновенных значений?
4. Объясните различие в физическом смысле турбулентного потока количества движения и притока этой субстанции.
5. Какие условия температурной стратификации помогают развитию турбулентности?

Замыкание системы уравнений турбулентной атмосферы, упрощение уравнений

В разделе рассматривается и анализируется связь турбулентных потоков с полями средних величин, приводятся гипотезы замыкания полуэмпирической теории турбулентности, даётся вывод уравнения баланса кинетической энергии среднего движения и уравнения баланса энергии турбулентности.

Важным вопросом является приведённая в разделе классификация атмосферных движений и их характерных масштабов. Необходимо усвоить принципы упрощения уравнений с помощью теории подобия и знать систему упрощённых уравнений.

Литература

- [4] - Гл. 7, с. 206-224.
- [5] – Гл.2, с.41-57.

Вопросы для самопроверки

1. Какая величина называется случайной?
2. Какие члены уравнений дают при осреднении добавочные пульсационные члены?

3. Каков физический смысл отдельных членов уравнения баланса энергии турбулентности?
4. Приведите к безразмерному виду уравнения движения.
5. Как следует выбирать масштабы метеорологических величин при упрощении системы уравнений?

Лучистые притоки тепла

При изучении раздела следует обратить внимание на характер преобразования в атмосфере коротковолновой солнечной и длинноволновой земной радиации, на основные законы поглощения и рассеяния радиации в атмосфере; ознакомиться с методами интегрирования уравнений переноса радиации в коротковолновой и длинноволновой областях спектра и с методами расчета лучистых потоков и притоков тепла.

Литература

[4] - Гл. 6, с. 117-183.

[6] - Гл. 3, с. 27-36.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое функция пропускания? Как она зависит от массы поглощающего вещества?
2. Где больше уходящее длинноволновое излучение при ясном небе – на полюсе или на экваторе? Почему?
3. Где поглощается большая часть солнечной радиации – на земной поверхности или в атмосфере?
4. Где формируется основная часть уходящего длинноволнового излучения – на земной поверхности или в атмосфере?
5. Как влияет облачность на эффективное излучение земной поверхности?

Динамика свободной атмосферы

Движение без ускорения. Установившееся движение при криволинейных изобарах. Эффекты горизонтальной температурной неоднородности, термический ветер. Геострофическая адвекция температуры, ее связь с изменением направления ветра по высоте.

Поверхности раздела в атмосфере, примеры их формирования. Связь наклона поверхности раздела с полями ветра и температуры. Особенности полей ветра и давления в области фронта.

Характер общего атмосферного переноса в средних широтах. Волны Россби в зональном потоке. Стационарные центры действия атмосферры.

Литература

- [1] – Гл.6, с.63-91; Гл.8, с.99-111; Гл.9, с.112-135.
[4] – Гл.8, с.225-247; Гл.9, с.248-260; Гл.10, с.261-304.
[5] – Гл.3, с.58-70.
[6] – Гл.5, с.42-63; Гл.6, с.63-69; Гл.7, с.69-70

Вопросы для самопроверки

1. Покажите, что вектор скорости геострофического движения перпендикулярен вектору градиента давления.
2. Равновесием каких сил определяется стационарное движение при параллельных и прямолинейных изобарах? Каковы обязательные условия отсутствия ускорения? Покажите, что агеострофическое отклонение и ускорение частицы взаимно перпендикулярны.
3. В каком из барических образований (в циклоне или антициклоне) не могут наблюдаться большие градиенты давления и скорости ветра? Почему?
4. В каком направлении происходит поворот ветра с высотой при адвекции тепла и при адвекции холода?
5. Что такое уровень обращения ветра? При каком взаимном расположении градиентов давления и температуры он может наблюдаться?
6. В какой широтной зоне на поверхности Земли не применимы понятие «геострофическое движение» и геострофические соотношения? Почему?
7. Что такое фронтальная поверхность атмосферы?
8. Какие метеоэлементы могут и какие не могут испытывать разрыв на поверхности раздела? Как могут быть направлены касательные составляющие скорости по обе стороны от фронта?
9. Каким поворотом ветра сопровождается прохождение фронта? Доказать примерами.
10. Какими факторами определяется угол наклона поверхности раздела к горизонту?
11. С какими факторами связаны волны Россби?
12. Как направлена фазовая скорость волн Россби?

Планетарный пограничный слой атмосферы при стационарных и горизонтально-однородных условиях

При изучении этого раздела следует обратить внимание на вертикальное распределение действующих сил и метеорологических параметров в пограничном слое атмосферы при различных внешних условиях, на замыкание системы уравнений для турбулентного движения при априорном профиле коэффициента турбулентности.

Приводятся методы численных оценок характеристик турбулентности, высоты пограничного слоя и упорядоченных вертикальных скоростей на верхней границе пограничного слоя атмосферы.

Литература

[4] – Гл.11, с.305-309, с.331-334.

[5] – Гл.4, с.70-75, с.92-103.

[6] – Гл.7, с.76-96.

Вопросы для самопроверки

1. Каковы особенности атмосферных процессов в пограничном слое атмосферы?
2. Какие основные силы определяют горизонтальные движения в пограничном слое?
3. Какова особенность вертикального распределения ветра в пограничном слое атмосферы?
4. Как получить среднее по высоте значение коэффициента турбулентности в пограничном слое атмосферы?

Приземный слой атмосферы

В этом разделе обращается внимание на принципы и условия выделения приземного слоя, его основные свойства. На основе теории подобия определяются вертикальные профили характеристик турбулентности и метеорологических параметров при различных типах стратификации в атмосфере. Необходимо освоить методы определения турбулентных потоков различных субстанций в приземном слое по данным градиентных наблюдений.

Литература

[4] – Гл.11, с.309-331.

[5] – Гл.4, с.75-92.

[6] – Гл.7, с.71-75.

Вопросы для самопроверки

1. Каковы характерные условия, по которым выделяется приземный слой атмосферы?
2. Какая физическая величина отражает качественный характер стратификации (устойчивая, нейтральная, неустойчивая) в приземном слое?
3. Как меняется с высотой коэффициент турбулентности в приземном слое при нейтральной стратификации? Как меняется при этом скорость ветра?

4. Как определить параметр шероховатости и динамическую скорость, если задан профиль ветра?
5. Как влияет стратификация на изменение с высотой коэффициента турбулентности в приземном слое?

Нестационарные процессы в пограничном слое атмосферы

Требуется понять причину и механизм формирования суточных колебаний метеорологических параметров и их взаимосвязь в этом процессе, уметь записать замкнутую систему уравнений, отражающую временные изменения при горизонтально- однородных условиях. Необходимо уметь сформулировать и решить задачу о суточном ходе температуры при постоянном коэффициенте турбулентности.

Кроме того, необходимо понимать, как и почему можно получить отдельно решение для ночного понижения температуры поверхности почвы.

Литература

[4] – Гл.13, с.388-404.

[6] – Гл.7, с.84-88.

Вопросы для самопроверки

1. Рассмотрите качественно механизм формирования суточных колебаний метеорологических параметров.
2. Какие уравнения и граничные условия используются при решении задачи о суточном ходе температуры при постоянном коэффициенте турбулентности?
3. Какие процессы влияют на амплитуду суточных колебаний температуры?
4. Как влияет турбулентный обмен на амплитуду суточных колебаний температуры поверхности почвы?
5. Как зависит эта амплитуда от влажности и теплофизических свойств почвы?
6. Как изменяются характеристики (амплитуда, время наступления максимума) суточного хода температуры с высотой?
7. Какие процессы и как влияют на ночное изменение температуры?
8. Пользуясь теорией подобия и анализом размерностей, выведите формулу Брента.

Метеорологические процессы над горизонтально-неоднородной поверхностью

При изучении этого раздела необходимо разобраться, почему изменяются свойства нижнего слоя воздуха при его переходе на подстилающую поверхность с существенно отличающимися свойствами, уметь сформулировать задачу о стационарной трансформации полей температуры и влажности и проанализировать результат ее решения, знать, как применяются на практике результаты теории трансформации (применение в синоптическом прогнозе, расчет адвективных заморозков и туманов, расчет норм орошения).

Литература

[4] – Гл.12, с.363-387.

[5] – Гл.5, с.117-134.

[6] – Гл.7, с.88-93.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение стационарной трансформации.
2. Какие допущения и предположения можно сделать при постановке задачи о стационарной трансформации полей температуры и влажности?
3. Проанализируйте формулу для изменения температуры или влажности при переходе с одной поверхности на другую.
4. Как получить выражения для потоков тепла и влаги вблизи поверхности, на которую переходит воздух?
5. Как применить формулы, полученные в теории трансформации, к прогнозу адвективных туманов и оценке характеристик нижней облачности?

Физические принципы гидродинамического прогноза

Осваивая этот раздел необходимо понять принципиальное различие декартовой и изобарической систем координат и принцип преобразования уравнений из декартовой в изобарическую систему координат. Уравнения переноса вихря скорости и дивергенции. Потенциальный вихрь, условие его сохранения.

Литература

[1] – Гл.7, с.92-98.

[4] – Гл.14, с.405-447.

[5] – Гл.8, с.141-149.

Вопросы для самопроверки

1. По какому принципу разделяется постановка задач прогноза с различной заблаговременностью?
2. В чем преимущество изобарической системы координат перед декартовой?
3. В чем преимущество уравнения вихря скорости перед обычным уравнением движения?
4. Объясните смысл квазигеострофической модели.

Некоторые вопросы энергетики атмосферы

Необходимо уметь составить уравнения для различных видов энергии, знать факторы, приводящие к их изменениям и взаимным преобразованиям в атмосфере. Обратите внимание на соотношение между внутренней и потенциальной энергией в столбе воздуха бесконечной высоты.

Литература

[4] – Гл.15, с.491-507.

[6] – Гл.8, с.96-98.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое кинетическая, потенциальная, внутренняя энергия для единичной массы воздуха?
2. Напишите уравнение баланса для кинетической энергии среднего движения.
3. Напишите уравнение баланса для внутренней и потенциальной энергии.
4. Напишите уравнение баланса для кинетической энергии турбулентных пульсаций.
5. Найдите в уравнениях баланса кинетической энергии слагаемые, отражающие переход кинетической энергии среднего движения в кинетическую энергию турбулентных пульсаций.
6. Найдите в уравнениях баланса слагаемые, отражающие переход внутренней энергии в кинетическую энергию среднего движения.

Динамика циркуляционных систем в атмосфере

В разделе рассматриваются физические факторы, приводящие к изменению циркуляции по жидкому замкнутому контуру. Следует обратить внимание на примеры формирования бароклинной циркуляции, уметь объяснить влияние вращения Земли на изменение циркуляции по замкнутому жидкому контуру в различных синоптических ситуациях.

Литература

[5] – Гл.5, с.134-141.

[6] – Гл.8, с.98-100.

Вопросы для самопроверки

1. Поясните, что такое «жидкий замкнутый контур»?
2. Как связан знак ускорения циркуляции по замкнутому контуру с направлением её изменения (по часовой стрелке или против часовой стрелки)?
3. Каков характер взаимного расположения изобар и изотерм при баротропных и бароклинических условиях?
4. Как связано направление развития бароклинической циркуляции по жидкому замкнутому контуру с взаимным расположением изобар и изотерм?
5. Выполните рисунок, поясняющий развитие бризовой циркуляции в дневное время.
6. Поясните развитие циркуляции по жидкому контуру вокруг области пониженного (или повышенного) давления.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Стационарный, горизонтально-однородный приземный слой.

Модель, основанная на теории подобия (модель Монина-Обухова).

В приземном слое, характеризуемом постоянством по высоте значений турбулентных потоков количества движения $\tau = \rho v_*^2$, тепла P_0 и влаги E_0 , при стратификации, близкой к нейтральной, справедливы следующие распределения коэффициента турбулентности $k(z)$, скорости ветра $u(z)$, потенциальной температуры воздуха $\theta(z)$ и массовой доли водяного пара $q(z)$ по высоте:

$$k(z) = \kappa v_* z (1 - \beta z/L), \quad (1)$$

$$\Delta u \equiv u(z) - u(z_1) = \frac{v_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (2)$$

$$\Delta \theta \equiv \theta(z) - \theta(z_1) = - \frac{P_0}{\rho c_p \kappa v_*} \left(\ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (3)$$

$$\Delta q \equiv q(z) - q(z_1) = - \frac{E_0}{\rho \kappa v_*} \left(\ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (4)$$

где $L = -\frac{v_*^3}{\aleph \frac{g}{T} \frac{P_0}{\rho c_p}}$ - масштаб длины Мони́на-Обухова; z_1 - некоторый

фиксированный уровень; $\aleph = 0,4$, $\beta = 2,0$ - постоянные величины; v_* - динамическая скорость. Остальные обозначения приняты в соответствии с обозначениями в учебниках [4], [5] и задачнике [6].

Качественный характер стратификации определяется знаком величины турбулентного потока тепла P_0 : отрицательный поток тепла ($P_0 < 0$), направленный вниз к подстилающей поверхности, соответствует условиям устойчивой стратификации; отсутствие потока тепла ($P_0 = 0$) соответствует условиям нейтральной стратификации; положительный поток тепла ($P_0 > 0$), направленный вверх от подстилающей поверхности, соответствует условиям неустойчивой стратификации.

Реальное соотношение термического и динамического факторов, отражающее влияние стратификации на формирование вертикальной структуры приземного слоя, характеризуется безразмерным параметром

$$\frac{z}{L} = -\frac{z}{v_*^3} \aleph \frac{g}{T} \frac{P_0}{\rho c_p}.$$

Нейтральная стратификация соответствует условию $P_0 = 0 \rightarrow L = \infty$, $\frac{z}{L} = 0$, $\frac{\Delta z}{L} = 0$.

Стратификация, близкая к нейтральной, должна удовлетворять условию $\left| \frac{z}{L} \right| \ll 1$. Выполнение данного условия следует проверить при решении задачи, предварительно определив величину L (см. формулу (9), приведенную ниже).

При наличии градиентных наблюдений на двух уровнях z_1 и z_2 формулы (1)-(4) позволяют рассчитать значения динамической скорости, турбулентных потоков тепла и влаги (скорость испарения), а также определить значения u , θ , q и коэффициентов турбулентности на любой другой высоте в приземном слое атмосферы.

Действительно, полагая в формулах (2), (3), (4) $z = z_2$, нетрудно получить из них формулы для расчёта динамической скорости v_* (а значит и $\tau_0 = \rho v_*^2$) и величин P_0 и E_0 :

$$v_* = \kappa \frac{\Delta u}{\psi}, \quad \tau = \rho v_*^2, \quad (5)$$

$$P_0 = -\kappa v_* \rho c_p \frac{\Delta \theta}{\psi}, \quad (6)$$

$$E_0 = -\kappa v_* \rho \frac{\Delta q}{\psi}. \quad (7)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} \Delta u &= u(z_2) - u(z_1), \quad \Delta \theta = \theta(z_2) - \theta(z_1), \\ \Delta q &= q(z_2) - q(z_1), \quad \Delta z = z_2 - z_1, \\ \psi &= \ln \frac{z_2}{z_1} + \beta \frac{\Delta z}{L}. \end{aligned} \quad (8)$$

Возведя выражение (2) в квадрат и разделив его на выражение (3), несложными преобразованиями получим выражение для расчёта масштаба длины L , которое с достаточной точностью принимает вид:

$$L = \frac{[u(z_2) - u(z_1)]^2}{\frac{g}{T} [\theta(z_2) - \theta(z_1)] \cdot \ln \frac{z_2}{z_1}}. \quad (9)$$

Следует отметить, что в области малых высот ($z < 5m$) разность значений потенциальной температуры может быть заменена разностью значений обычной температуры (с точностью до величины $\gamma_a \Delta z$, где $\gamma_a = 0.98K/100m$ -сухоадиабатический градиент):

$$\theta(z_2) - \theta(z_1) \approx T(z_2) - T(z_1).$$

Как следует из формул (1), (2), (3), (4), при нейтральной стратификации зависимость коэффициента турбулентности от высоты становится линейной, а вертикальные профили скорости ветра $u(z)$ и относительной доли водяного пара (удельной влажности) $q(z)$ характеризуются чисто логарифмической зависимостью. Потенциальная температура при этом с высотой сохраняет постоянное значение.

Задача 1. Рассчитать значение динамической скорости, а также значение температуры на высоте 10 м, используя данные градиентных измерений (таб.1):

Таблица №1.

| | | | |
|-----|-------------|------|------|
| z | м | 0,5 | 4,0 |
| u | м/с | 5,0 | 6,2 |
| t | $^{\circ}C$ | 20,0 | 19,0 |

Решение. Значение динамической скорости может быть определено из линейно-логарифмического профиля (2):

$$v_* = \frac{S[u(z_2) - u(z_1)]}{\ln \frac{z_2}{z_1} + \beta \frac{\Delta z}{L}}, \quad \Delta z = z_2 - z_1.$$

При использовании данной формулы предварительно необходимо рассчитать значение величины L в соответствии с формулой (9). Значение средней температуры в параметре плавучести необходимо выражать в шкале Кельвина.

Согласно исходным данным,

$$u(z_2) - u(z_1) = 1,2 \text{ м/с}; \quad T(z_2) - T(z_1) = -1 \text{ К}; \quad z_2 - z_1 = 3,5 \text{ м}.$$

Определяем значение L , используя формулу (9):

$$L = \frac{1,2^2 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot 292 \text{ К}}{9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot (-1) \text{ К} \cdot \ln(3,5/0,5)} = -25 \text{ м/с}.$$

Далее определяем v_* :

$$v_* = \frac{0,4 \cdot 1,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}{\ln \frac{2}{0,5} + 2 \frac{3,5 \text{ м}}{(-25 \text{ м})}} = \frac{0,48}{1,4 - 0,20} = 0,43 \text{ м/с}.$$

Значение температуры на любой другой высоте $z = z_3$ в пределах приземного слоя можно определить, если использовать формулу (3), записав с ее помощью разности $\theta(z_3) - \theta(z_1)$ и $\theta(z_2) - \theta(z_1)$ и взяв их отношение. Тогда получим:

$$\frac{\theta(z_3) - \theta(z_1)}{\theta(z_2) - \theta(z_1)} \approx \frac{T(z_3) - T(z_1)}{T(z_2) - T(z_1)} = \frac{\ln \frac{z_3}{z_1} + \beta(z_3 - z_1)/L}{\ln \frac{z_2}{z_1} + \beta(z_2 - z_1)/L} \quad (10)$$

Из последнего соотношения находим одну неизвестную величину $T(z_3)$.

Ответ: $v_* = 0,43 \text{ м/с}$, $T_{z=10 \text{ м}} = \dots$

Примечание: при необходимости данные градиентных измерений температуры воздуха и рассчитанные значения динамической скорости v_* дают возможность использовать формулу (6) (положив $z = z_2$) для определения значения турбулентного потока тепла P_0 . Формула (3) при известных теперь значениях v_* , P_0 и температуры на одной из высот (из данных наблюдений) позволяет определить температуру на любой другой высоте.

Задача 2. Определить шероховатость подстилающей поверхности и динамическую скорость по следующим данным градиентных наблюдений (таб.2) при нейтральной стратификации.

Таблица №2.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| z | м | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 4,0 |
| u | м/с | 3,0 | 3,6 | 4,1 | 4,9 |

Плотность воздуха принять равной $1,3 \text{ кг/м}^3$.

Решение. Формулы (1) – (4) остаются справедливы и при нейтральной стратификации. При этом необходимо положить $\frac{z}{L} = 0$, $\frac{\Delta z}{L} = 0$ (так как по условию задачи $P_0 = 0$).

Формула (2) позволяет определить величину v_* по измерениям скорости ветра на двух уровнях. Однако следует иметь в виду, что градиентные измерения производятся недостаточно точно и включают в себя различного рода погрешности. Поэтому v_* , рассчитанные при выборе разных пар уровней, неизбежно будут отличаться друг от друга. При наличии градиентных измерений более чем на двух уровнях следует применить для решения задачи графический метод.

Суть метода заключается в том, что зависимость скорости ветра (и массовой доли водяного пара) в соответствии с формулой (2) при нейтральной стратификации представляют собой линейную функцию от аргумента $y = \ln z$:

$$u(z) = \frac{v_*}{\kappa} y - \left[\frac{v_*}{\kappa} \ln z_1 - u(z_1) \right] = \frac{v_*}{\kappa} y + C_1.$$

Здесь $C_1 \equiv - \left[\frac{v_*}{\kappa} \ln z_1 - u(z_1) \right] = \text{const}$ является величиной, не зависящей от высоты.

Это означает, что график зависимости $u(y)$ должен представлять собой прямую линию во всем приземном слое (более подробно см. в [4]).

Построим такой график в соответствии с данными градиентных наблюдений (таб.3):

Таблица №3.

| | | | | | |
|---------|-----|------|-----|------|------|
| z | м | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 4,0 |
| $\ln z$ | | 0,69 | 0,0 | 0,69 | 1,37 |
| u | м/с | 3,0 | 3,6 | 4,1 | 4,9 |

Через точки, соответствующие данным измерений, проводим прямую линию (рис.1).

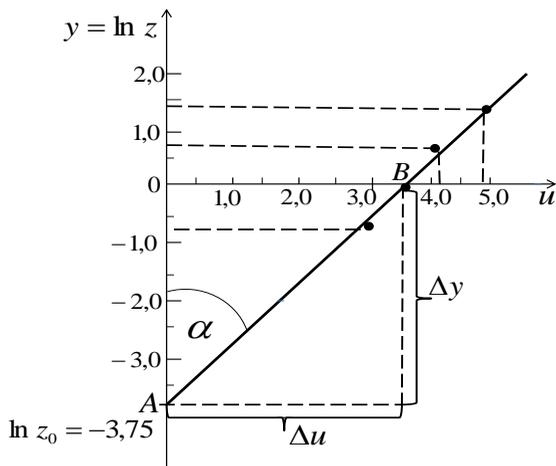


Рис. 1. Зависимость скорости ветра от логарифма высоты в приземном слое

Аналогичный порядок выполнения решения может быть использован для определения турбулентного потока влаги (скорости испарения) с подстилающей влажной поверхности, если заданы значения массовой доли водяного пара на нескольких высотах.

Как известно, коэффициент при аргументе y в линейной зависимости представляет собой угловой коэффициент прямой, т.е. тангенс угла ее наклона по отношению к оси y , и определяется как отношение приращения функции Δu (на графике) к соответствующему приращению аргумента Δy . Очевидно, что чем больше при этом выбран расчетный треугольник, тем точнее будет результат. Для расчета удобно выбрать треугольник AOB .

Тогда:

$$\frac{v_*}{\aleph} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{3,55}{3,75} = 0,946.$$

Отсюда: $v_* = \aleph \operatorname{tg} \alpha = 0,4 \cdot 0,946 = 0,236 \text{ м/с}$.

Уровень шероховатости поверхности определяется также из графика. В соответствии с определением уровень шероховатости представляет собой уровень, на котором средняя скорость потока равна нулю. Следовательно, на графике уровню шероховатости соответствует точка пересечения прямой $u(y)$ с осью y .

В данном случае $y_0 \equiv \ln z_0 = -3,75$, $z_0 = 0,024 \text{ м}$.

Ответ: $v_* = 24 \text{ см/с}$, $z_0 = 2,4 \text{ см}$.

Стационарный, горизонтально-однородный пограничный слой атмосферы.

При установившемся горизонтально-однородном движении распределение скорости ветра по высоте в пограничном слое атмосферы определяется системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega_z v + \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega_z u + \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь $\omega_z = \omega \sin \varphi$. Известный геострофический баланс сил барического градиента и Кориолиса, определяемый соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega_z v_g \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega_z u_g \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

позволяет преобразовать уравнения системы (11) к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} + 2\omega_z (v - v_g) &= 0, \\ \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} - 2\omega_z (u - u_g) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Задача решается с использованием следующих упрощений: горизонтальный градиент давления, определяющий величину геострофического ветра, с высотой не меняется, и коэффициент турбулентности также принимается неизменным по

высоте ($k = \bar{k} = const$). При этих упрощениях система уравнений (13) позволяет получить аналитическое решение. При этом в системе координат, ось Ox которой направлена вдоль вектора геострофического ветра, решение для компонент скорости $u(z)$ и $v(z)$ в северном полушарии имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u(z) &= V_g \cdot (1 - e^{-az} \cdot \cos az), \\ v(z) &= V_g \cdot e^{-az} \cdot \sin az, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где $a = \sqrt{\omega_z / k}$, $\omega_z = \omega \cdot \sin \varphi > 0$.

Графическое представление данного решения показывает, что изменение вектора скорости ветра по высоте характеризуется распределением, годограф которого на горизонтальной плоскости имеет вид кривой линии, условно называемой спиралью Экмана. Более подробно об этом см. в [4], [5]. На рисунке 2 эта кривая изображена пунктирной линией на горизонтальной плоскости xOy . На этой кривой лежат концы векторов скорости ветра, спроектированных с различных уровней z на горизонтальную плоскость.

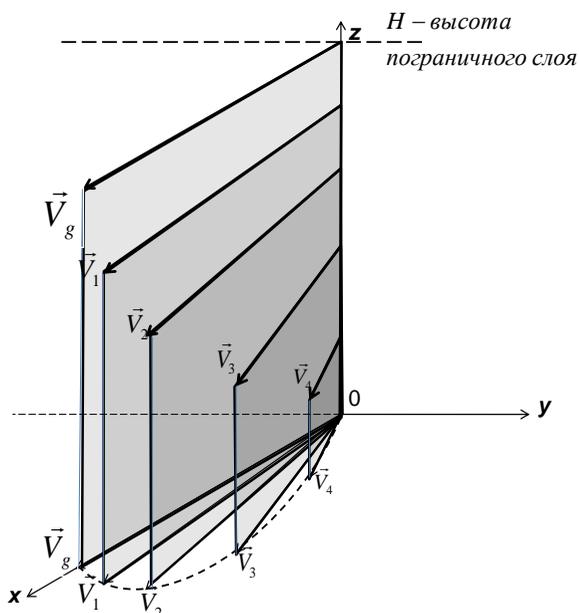


Рис. 2. Вертикальное распределение скорости ветра в планетарном пограничном слое атмосферы.

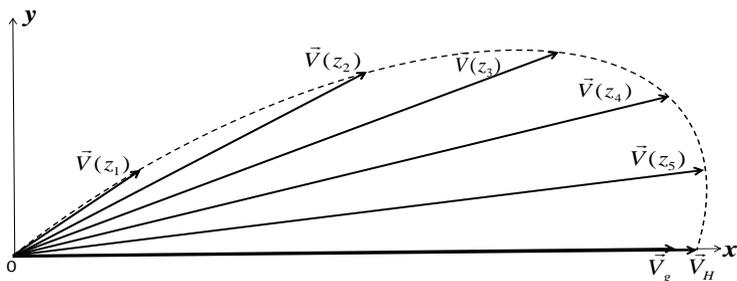


Рис. 3. Качественное представление распределения скорости ветра с высотой в проекции на горизонтальную плоскость. Спираль Экмана.

Среднее значение коэффициента турбулентности \bar{k} определяется с использованием так называемой «интегральной» модели пограничного слоя атмосферы, включающей в себя уравнение баланса энергии турбулентности и гипотезы замыкания Монина-Обухова в интегральной форме. В зависимости от формы задания условий стратификации среднее значение величины \bar{k} может быть рассчитано по одной из двух формул:

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} \left(1 + \frac{\pi g}{2 T} \frac{P_0}{\rho c_p} \frac{1}{\omega_z V_g^2} \right), \quad (15)$$

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} \frac{1}{\left(1 + \frac{m\pi g}{\omega_z^2 T} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)}, \quad (16)$$

где V_g - модуль геострофического ветра; P_0 - турбулентный поток тепла в приземном слое; $\frac{\partial \theta}{\partial z} \approx \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a$ - средний по пограничному слою вертикальный градиент потенциальной температуры; \bar{T} - средняя температура воздуха (в шкале Кельвина); $m = 10^{-5}$ - постоянный коэффициент; $\gamma_a = 0,98K / 100m$.

Высота пограничного слоя, определяемая как уровень, на котором вектор

скорости совпадает с направлением геострофического ветра, связана с коэффициентом турбулентности соотношением (см.[4], [5]):

$$aH = \pi. \quad (17)$$

Задача 1. Для установившегося, горизонтально-однородного движения определить скорость и направление ветра, величину и направление действующих сил на высоте 300 м, средний коэффициент турбулентности и высоту пограничного слоя (где ветер совпадает с геострофическим по направлению) при нейтральной стратификации, если геострофический ветер равен 6м/с. Ширина места 70° .

По результатам расчётов построить годограф скорости ветра. Вектора сил на разных высотах нанести на рисунок в соответствующих этим высотам точках годографа скорости.

Решение. Определим среднее значение коэффициента турбулентности. По условию задачи стратификация нейтральная, следовательно, $P_0 = 0$ и $\frac{d\theta}{dz} = 0$.

Тогда формулы (15) и (16) дают один и тот же результат:

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} = 10^{-5} \cdot \frac{64 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}{7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,77} \approx 6 \text{ м}^2 / \text{с};$$

$$a = \sqrt{\omega_z / \bar{k}} = \sqrt{7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,77 / 6 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}} \approx 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}.$$

Рассчитаем составляющие вектора скорости ветра u и v на высоте 300 м:

$$az = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1} \cdot 300 \text{ м} = 0,99;$$

$$u = 8 \text{ м/с} \cdot (1 - e^{-0,99} \cdot \cos 0,99) = 8 \left(1 - \frac{0,5}{2,7}\right) = 7 \text{ м/с};$$

$$v = 8 \text{ м/с} \cdot 0,71 / 2,7 = 2 \text{ м/с};$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{49 + 4} = 7,5 \text{ м/с}.$$

Тогда угол между направлением ветра $V(z)$ на заданной высоте и направлением геострофического ветра (или осью ox) определяется из отношения:

$$\operatorname{tg} \alpha = v(z) / u(z) = \frac{2 \text{ м/с}}{7 \text{ м/с}} = 0,3; \quad \alpha = 17^\circ$$

Расчет действующих сил.

Движение в пограничном слое определяется равновесием трех сил, действующих на массу воздуха единичного объёма:

1. Сила барического градиента

$$F_p = \frac{\partial p}{\partial n}$$

направлена перпендикулярно изобарам в сторону низкого давления. С учетом геострофических соотношений ее величина может быть представлена в виде:

$$F_p = 2\omega_z \rho V_g.$$

2. Сила Кориолиса

$$F_K = 2\omega_z \rho V(z)$$

направлена под углом 90° вправо от вектора скорости (в северном полушарии).

3. Сила турбулентной вязкости

$$F_\tau = \sqrt{F_{\tau x}^2 + F_{\tau y}^2},$$

где

$$F_{\tau x} = \rho \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz}, \quad F_{\tau y} = \rho \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz}.$$

При заданном значении геострофического ветра, а также известном распределении по высоте составляющих скорости $u(z)$ и $v(z)$ величина F_τ , в соответствии с уравнениями (13), может быть представлена в виде:

$$F_{\tau x} = -2\omega_z \rho (v - v_g); \quad F_{\tau y} = 2\omega_z \rho (u - u_g).$$

Направление силы F_τ противоположно векторной сумме векторов F_p и F_K .

В соответствии с приведенными пояснениями получаем:

$$F_p = 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ к}2 \cdot \text{м}^{-3} \cdot 8, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} = 11,66 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3,$$

$$F_K = 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ к}2 \cdot \text{м}^{-3} \cdot 7,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} = 10,85 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3,$$

$$F_{\tau x} = 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ к}2 \cdot \text{м}^{-3} \cdot (2 - 0) \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} = -2,92 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3,$$

$$F_{\tau y} = 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ к}2 \cdot \text{м}^{-3} \cdot (7 - 8) \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} = -1,46 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3,$$

$$F_\tau = \sqrt{2,92^2 + 1,46^2} \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3 = 3,27 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3,$$

$$\text{tg} \beta = F_{\tau y} / F_{\tau x} = 1,46 / 2,92 = 0,5, \quad \beta = 27^\circ.$$

Высота пограничного слоя равна:

$$H = \frac{3,14}{3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}} \approx 950 \text{ м}.$$

Ответ: $V = 7,5 \text{ м} / \text{с}, \quad \alpha = 17^\circ, \quad \bar{k} = 6 \text{ м}^2 / \text{с}, \quad H = 950 \text{ м},$

$$F_p = 11,7 \cdot 10^{-5} \text{ H / м}^3, \quad F_K = 10,9 \cdot 10^{-5} \text{ H / м}^3, \quad F_\tau = 3,27 \cdot 10^{-5} \text{ H / м}^3, \\ \beta = 27^\circ.$$

Суточный ход метеорологических элементов

Суточный ход метеорологических элементов вызван колебаниями интенсивности лучистой энергии, поступающей на поверхность Земли. Температура деятельного слоя почвы изменяется соответственно притоку солнечной радиации. Благодаря турбулентному теплообмену поверхности с воздухом и молекулярному с нижележащими слоями почвы, тепловая волна распространяется от поверхности вверх и вниз.

При предположении о постоянстве по вертикали коэффициентов теплопроводности воздуха (его чаще называют коэффициентом турбулентности для переноса тепла) $k = const$ и почвы $a = const$ и аппроксимации суточного хода радиационного баланса одной гармоникой

$$R(t) = \bar{R} + A_R \cos(\omega \cdot t),$$

изменение в течение суток температуры воздуха на высоте Z можно рассчитать по формуле (см.[6]):

$$T(z, t) - \bar{T}(z) = \frac{A_R \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right)}{\sqrt{\omega} \left[\left(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]}, \quad (18)$$

где \bar{R} и \bar{T} - среднесуточные значения радиационного баланса и температуры, A_R - амплитуда радиационного баланса, ω - угловая скорость вращения Земли, c_p - удельная теплоемкость воздуха, L - скрытая теплота испарения воды (см. приложение 3, [6]); r_0 - относительная влажность воздуха вблизи поверхности почвы в долях единицы; q_m - значение массовой доли водяного пара в состоянии насыщения (см. приложение 8, [6]), ρ - плотность воздуха, $\rho_1 c_1$ - объемная теплоемкость почвы (см. приложение 24, [6]), t - время, отсчитываемое от полудня.

Для анализа результатов решения задачи и сравнения суточного хода температуры с заданной функцией суточного хода радиационного баланса на поверхности почвы удобно в формуле (18) перейти от функции \sin к функции \cos , используя известное соотношение:

$$\sin \psi = \cos\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right).$$

В этом случае формула (18) преобразуется к виду:

$$T(z, t) - \bar{T}(z) = \frac{A_R \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \left(\frac{\pi}{4} + \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right)\right)}{\sqrt{\omega} \left[\left(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]} \quad (19)$$

Анализ формул (18) и (19) показывает, что отклонение температуры воздуха на высоте z в конкретный момент времени t от её среднесуточного значения $\delta T(z, t) \equiv T(z, t) - \bar{T}(z)$ имеет вид гармонической функции

$$\delta T(z, t) = A_T(z) \cdot \sin \psi(t, z), \quad (20)$$

или

$$\delta T(z, t) = A_T(z) \cdot \cos \widehat{\psi}(t, z). \quad (21)$$

В выражениях (20) и (21) величина $A_T(z)$ - амплитуда колебаний отклонения температуры от её среднесуточного значения, являющаяся функцией высоты z :

$$A_T(z) = A_T(0) \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right).$$

Здесь величина

$$A_T(0) = \frac{A_R}{\sqrt{\omega} \left[\left(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]}$$

есть амплитуда суточных колебаний указанного отклонения температуры на подстилающей поверхности.

Функции $\psi(t, z)$ и $\widehat{\psi}(t, z)$ отражают фазу колебаний величины δT и равны соответственно:

$$\psi(t, z) = \omega t + \frac{\pi}{4} - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z,$$

$$\widehat{\psi}(t, z) = \omega t - \left(\frac{\pi}{4} + \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right).$$

Используя формулу (18), нетрудно получить выражение, позволяющее определить суточный ход турбулентного потока тепла на поверхности $P_0 = \bar{P}_0 + \delta P_0$.

Поскольку $P_0 = -k\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a \right) \Big|_{z=0}$, то при постоянном по высоте коэффициенте k после дифференцирования выражения (18) получим:

$$\delta P_0 = \rho c_p \sqrt{k} \frac{A_R \cos \omega t}{(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0}) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a}}. \quad (22)$$

Задача. Рассчитать температуру на высоте 2 м, где ее среднесуточное значение равно 20°С, и турбулентный поток тепла на поверхности в 17 ч., если амплитуда радиационного баланса составляет 350 Вт/м², почва слабо увлажнена, относительная влажность воздуха вблизи поверхности 50%, а коэффициент температуропроводности воздуха равен 9 м²/с. Среднесуточное значение турбулентного потока тепла 200 Вт/м².

Решение.

1. По приложению 8 из [6] определяем:

$$\frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=20^0} = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}, \quad 1\%_0 = 1 \text{ г/кг}.$$

По приложению 24 из [6] находим для слабо увлажненной почвы: $\rho_1 c_1 = 1,59 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{м}^3)$, $a = 0,28 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

1. Вычислим общий множитель в формулах (18) и (22), обозначив его символом B :

$$B = \frac{A_R}{(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}}) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a}} = 3,83 \cdot 10^{-2} K \cdot c^{-1/2}.$$

2. Вычислим амплитуду (максимальное отклонение температуры от ее среднесуточного значения) колебаний температуры поверхности. Формула для нее следует из (18) при значении

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right) = 1,$$

$$A_T(0) = \frac{B}{\sqrt{\omega}} = 4,5 K.$$

3. Вычисляем

$$\sqrt{\frac{\omega}{2k}} z = \sqrt{\frac{7,29 \cdot 10^{-5} c^{-1}}{2 \cdot 9 M^2 / c}} \cdot 2M = 4,02 \cdot 10^{-3},$$

$$\exp \left(- \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right) = 0,996.$$

4. Вычисляем отклонение температуры от среднесуточного значения:

$$\delta T(t, z) = A_T(0) \exp \left(- \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right) \sin \left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right),$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right) = 0,868,$$

$$\delta T(5ч, 2M) = 4,5 \cdot 0,996 \cdot 0,868 = 3,9 K$$

5. Вычисляем отклонение турбулентного потока тепла у поверхности от его среднесуточного значения:

$$\delta P_0 = \rho c_p \sqrt{k} \cdot B \cos \omega t = 38,8 B m / m^2$$

6. Определяем искомые величины:

$$T_2(5ч, 2M) = 20^\circ C + 3,9^\circ C = 23,9^\circ C,$$

$$P_0(5ч) = 200 B m / m^2 + 38,8 B m / m^2 = 238,8 B m / m^2.$$

Ответ: $T_2 = 29,3^\circ \text{C}$, $P_0 = 238,8 \text{Вт} / \text{м}^2$.

Трансформация полей температуры и влажности

При переходе воздушной массы с одной подстилающей поверхности «старой» на другую - «новую», имеющую существенно отличные от «старой» поверхности температуру и влажность, в результате турбулентного обмена в ней изменяются вертикальные профили этих свойств. Такой процесс изменения свойств называют трансформацией. На рисунке 4 изображена схема одного из возможных примеров такого процесса, а именно, движения воздушного потока с поверхности суши на поверхность моря.

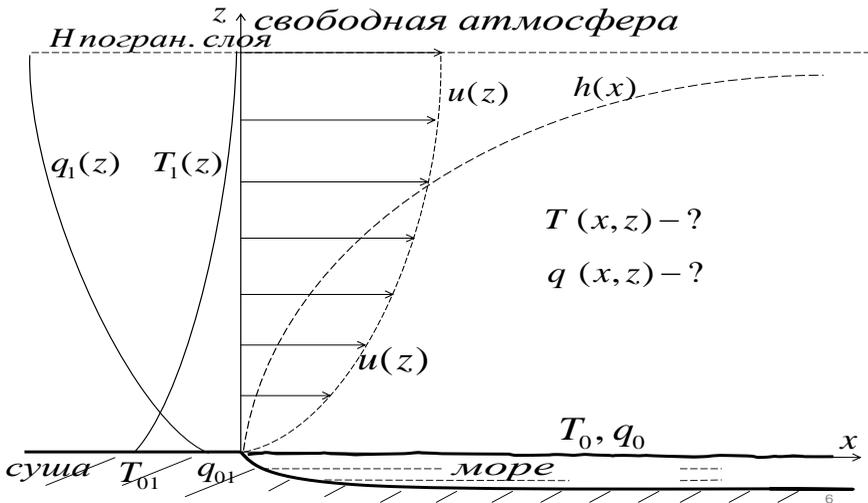


Рис. 4. Схема процесса трансформации с обозначением параметров воздушного потока при его переходе с поверхности суши на водную поверхность.

Здесь приняты следующие обозначения: $T_1(z)$, $q_1(z)$ и $u(z)$ - вертикальные профили температуры, удельной влажности и скорости ветра над условно «старой» подстилающей поверхностью (в области $x \leq 0$) соответственно; T_{01} и q_{01} - значения температуры и удельной влажности непосредственно на самой «старой» поверхности, т.е. $T_{01} = T_1(0)$, $q_{01} = q_1(0)$; $T(x, z)$ и $q(x, z)$ - температура и удельная влажность над «новой» подстилающей поверхностью (в области $x > 0$); T_0 и q_0 - значения температуры и удельной влажности на «новой» поверхности; H - высота пограничного слоя атмосферы, $h(x)$ - высота (верхняя граница)

внутреннего слоя трансформации.

Трансформированная под влиянием «новой» поверхности температура или влажность на расстоянии x от границы раздела на высоте может быть вычислена по формуле:

$$S(x, z) = S_1(z) + [S_0 - S_{01}]P(\sigma^2, \varepsilon), \quad (23)$$

где $S_1(z) = S_{01} + \Delta S \left(\frac{z}{z_1} \right)^\varepsilon$ - распределение свойства $S \equiv c_p T$ или $S \equiv q$ над

«старой» подстилающей поверхностью (см. [4], [5]); ε - параметр стратификации, равный 0,1 – при неустойчивой стратификации; 0,14 – при безразличном равновесии; 0,25 – при инверсиях.

Функция $P(\sigma, \varepsilon)$ определяется по графику приложения 25 из [6] при заданном в условии задачи значении параметра ε и при значении безразмерного комплекса

$$\sigma^2 = \frac{u_1 z_1^{1-2\varepsilon}}{k_1 x (1 + 2\varepsilon)} z^{1+2\varepsilon},$$

где x - расстояние от границы раздела различных поверхностей до выбранной расчётной точки над новой подстилающей поверхностью; z_1 - фиксированная высота, на которой предварительно определяются (или задаются) значения скорости ветра u_1 и коэффициента турбулентности k_1 . В предлагаемых ниже задачах принято $z_1 = 1\text{ м}$. (В задачнике по динамической метеорологии [6] параметр σ обозначен буквой χ).

С трансформацией связано такое важное явление, как адвективный туман. Рассчитав по формуле (23) значения массовой доли водяного пара q и температуры, по которой (см. приложение 8, [6]) легко определить значение q_m в состоянии насыщения, можно вычислить относительную влажность $r = \frac{q}{q_m} \cdot 100\%$.

Величина относительной влажности позволяет судить о возможности образования тумана.

Дифференцируя (23) по z и полагая затем, что $z=0$, получим выражение для турбулентного потока тепла или водяного пара с «новой» поверхности как функцию расстояния от границы раздела:

$$\Pi_s = -k\rho \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0} = \rho k_1 \frac{[S_0 - S_1(0)]}{z_1} \cdot \frac{(1+2\varepsilon)^{\frac{1}{1+2\varepsilon}}}{\Gamma(\eta)} \cdot \left(\frac{u_1 z_1^2}{k_1 x} \right)^{\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}}, \quad (24)$$

где ρ - плотность воздуха, $\eta = \frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}$, $\Gamma(\eta)$ - интеграл Эйлера 2-го рода (гамма-функция), который вычисляется с помощью приложения 22 из [6].

В указанной таблице приводятся значения $\Gamma(\eta)$ для $\eta < 1$. Поэтому в случае, если $\eta > 1$, следует воспользоваться формулой:

$$\Gamma(\eta) = \frac{\Gamma(\eta-1)}{\eta}.$$

Задача 1. Как изменится относительная влажность на высоте 10 м в воздушной массе после того, как последняя прошла 15 км над морем, если в момент, когда она подошла к поверхности моря, распределение температуры и влажности в ней описывалось соотношениями, имеющими вид степенной зависимости

$$S_1(z) = S_{01} + \Delta S \left(\frac{z}{z_1} \right)^\varepsilon, \text{ а именно:}$$

$$T_1(z) = 10^\circ \text{C} - 0,2z^{0,1},$$

$$q_1(z) = 6,8\% - 0,6z^{0,1}.$$

Температура поверхности моря 15°C . Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно $0,2 \text{ м}^2/\text{с}$ и $10 \text{ м}/\text{с}$.

Решение.

1. Рассчитываем относительную влажность на высоте 10 м в воздушной массе над сушей. Для этого вычисляем:

$$T_1(z) = T_1(10) = 10^\circ \text{C} - 0,2 \cdot 10^{0,1} = 9,75^\circ \text{C}$$

$$q_1(z) = q_1(10) = 6,8\% - 0,6 \cdot 10^{0,1} = 6,04\%$$

По значению температуры $T_1(10) = 9,75^\circ \text{C}$ в приложении 8 из [6] находим значение удельной влажности в состоянии насыщения $q_{1\text{max}}(10) = 7,54\%$ и вычисляем относительную влажность:

$$r_1(10) = \frac{6,04}{7,54} \cdot 100\% = 80\%$$

2. Вычисляем температуру и влажность на высоте 10м над «новой» поверхностью (над морем) на расстоянии 15 км от берега. Для этого вычисляем:

$$\text{а) } \sigma^2 = \frac{10\text{м} / \text{с} \cdot (1\text{м})^{0,8} \cdot (10\text{м})^{1,2}}{0,2\text{м}^2 / \text{с} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot (1,2)^2} = 3,67 \cdot 10^{-2}$$

$$\lg \sigma^2 = -1,44 ;$$

б) на основании графика из приложения 25 (см. [6]) по численным значениям величин

$$\lg \sigma^2 = -1,44 \text{ и } \varepsilon = 0,1 \text{ находим}$$

$$P(\sigma^2, \varepsilon) = 0,25 ;$$

в) вычисляем температуру по формуле (23):

$$T(x, z) = T(15\text{км}, 10\text{м}) = 9,75^\circ \text{C} + (15 - 10) \cdot 0,25 = 11^\circ \text{C} ;$$

г) находим значение массовой доли водяного пара «новой» поверхности q_0 . Поскольку таковой является поверхность воды, то величина фактической доли водяного пара q_0 равна ее значению в состоянии насыщения $q_{0\text{max}}(T_0)$ и может быть определена из приложения 8 (см.[6]) по температуре поверхности моря:

$$q_0 = q_{0\text{max}}(15^\circ \text{C}) = 10,69\text{‰} ;$$

д) по формуле (23) вычисляем фактическое значение удельной влажности q на высоте 10 м над уровнем моря:

$$q(x, z) = q(15\text{км}, 10\text{м}) = 6,04\text{‰} - (10,69 - 6,8) \cdot 0,25 = 7,01\text{‰} ;$$

е) по температуре $T(x, z) = 11^\circ \text{C}$ находим в приложении 8 (см.[6]) максимальное значение удельной влажности:

$$q_{\text{max}}(15\text{км}, 10\text{м}) = 8,21\text{‰} .$$

3. Вычисляем относительную влажность на высоте 10м над морем на расстоянии 15 км от берега:

$$r(15\text{км}, 10\text{м}) = \frac{7,01}{8,21} \cdot 100\% = 85\% .$$

4. Находим изменение относительной влажности в процессе трансформации:

$$\Delta r = 85\% - 80\% = 5\% .$$

Ответ: с переходом на поверхность моря относительная влажность воздуха на высоте 10 м увеличилась на расстоянии 15 км от берега на 5%.

Задача 2. Определить турбулентный поток водяного пара (скорость испарения) с поверхности моря, имеющей температуру 15°C , на расстоянии 10км от берега, если на нее поступает воздух с суши, где он имел у поверхности температуру 7°C и относительную влажность 70%. Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1м равны соответственно $0,5 \text{ м}^2/\text{с}$ и $5 \text{ м}/\text{с}$. Термическая стратификация устойчивая.

Решение.

1. Определяем массовую долю водяного пара вблизи «старой» и «новой» подстилающих поверхностей.

В приложении 8 из [6] по температуре суши 7°C находим значение $q_{1\text{max}}(0) = 6,26\%$ в состоянии насыщения, умножив которое на относительную влажность, получим фактическое массовой доли водяного пара:

$$q_1(0) = 6,26 \cdot 0,7 = 4,38\% = 4,38 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{кг}};$$

2. Определим $\Gamma(\eta)$:

а) вычислим η , имея в виду, что при устойчивой стратификации $\varepsilon = 0,25$:

$$\eta = \frac{0,25}{1 + 0,5} = 0,167;$$

б) по приложению 22 (см.[6]) найдем

$$\Gamma(1 + 0,167) = \Gamma(1,167) = 0,9276 \text{ и}$$

$$\Gamma(\eta) = \frac{0,9276}{0,167} = 5,55;$$

3. По формуле (24), подставляя вместо S удельную влажность q , вычислим скорость испарения:

$$E = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 0,5 \text{ м}^2 / \text{с} \cdot \frac{(10,69 - 4,38) \cdot 10^{-3}}{1 \text{ м}} \cdot \frac{(1,5)^{1/5}}{5,55} \cdot \left(\frac{5 \text{ м} / \text{с} \cdot 1^2 \text{ м}}{0,5 \text{ м}^2 / \text{с} \cdot 10^4 \text{ м}} \right)^{0,25}$$

$$E = 0,305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$$

Ответ: турбулентный поток водяного пара $E = 0,305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$

Контрольная работа.

Задача 1.

Вариант 1.

Рассчитать напряжение турбулентного трения, турбулентные потоки тепла и влаги в приземном слое, а также значение коэффициента турбулентности на высоте 10 м, используя следующие данные градиентных измерений (таб.4):

Таблица №4.

| | | | |
|---|-----|------|------|
| z | м | 1,0 | 5,0 |
| u | м/с | 4,5 | 5,8 |
| t | °C | 18,0 | 17,5 |
| q | ‰ | 8,2 | 7,6 |

При расчетах принять $\beta = 2,0$; $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$; $\bar{T} = 290 \text{ К}$.

Вариант 2.

Определить скорость испарения в приземном слое, значения скорости ветра, температуры, массовой доли водяного пара, а также значение коэффициента турбулентности на высоте 10 м, используя следующие данные градиентных измерений (таб.5):

Таблица №5.

| | | | |
|---|-----|-----|------|
| z | м | 1,0 | 4,0 |
| u | м/с | 6,5 | 7,5 |
| t | °C | 22 | 21,4 |
| q | ‰ | 12 | 10,4 |

Вариант 3.

Определить шероховатость подстилающей поверхности, динамическую скорость и турбулентный поток влаги в приземном слое, используя следующие данные градиентных наблюдений (таб.6):

Таблица №6.

| | | | | | | |
|---|-----|------|------|------|------|------|
| z | м | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 4,0 | 8,0 |
| u | м/с | 3,5 | 4,2 | 4,5 | 5,4 | 5,9 |
| q | ‰ | 14,1 | 13,6 | 13,1 | 12,4 | 11,8 |

Плотность воздуха принять равной $1,3 \text{ кг/м}^3$. Применить графический метод решения. График выполнить на миллиметровке.

Вариант 4.

Определить шероховатость подстилающей поверхности, коэффициент турбулентности на высоте 10 м, напряжение турбулентного трения и скорость испарения в приземном слое, используя данные градиентных наблюдений (таб.7):

Таблица №7.

| | | | | | | |
|---|-----|------|------|------|------|------|
| z | м | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 5,0 | 10,0 |
| u | м/с | 2,2 | 2,6 | 2,8 | 3,3 | 3,6 |
| q | ‰ | 18,0 | 17,2 | 16,6 | 15,7 | 15,0 |

Плотность воздуха принять равной $1,3 \text{ кг/м}^3$. Применить графический способ решения. График выполнить на миллиметровке.

Задача 2.

Вариант 1.

Определить скорость ветра и его отклонение от направления изобар в пограничном слое атмосферы на высотах 50 м, 200 м, 500 м и 800 м, если геострофический ветер не меняется по высоте и равен 8 м/с. Рассчитать силу турбулентного трения на этих же высотах, а также высоту пограничного слоя (уровень совпадения реального и геострофического ветра по направлению).

Расчеты произвести для широты 60° при неустойчивой стратификации, принимая $P_0 = 35 \text{ Вт/м}^2$. Плотность считать равной $1,3 \text{ кг/м}^3$, среднее значение температуры $\bar{T} = 280 \text{ К}$. На основании расчетов построить годограф скорости ветра.

Вариант 2.

На широте 55° скорость геострофического ветра 10 м/с, горизонтальный градиент давления в пределах пограничного слоя не меняется с высотой. Рассчитать значение среднего по высоте в пограничном слое коэффициента турбулентности и высоту пограничного слоя для неустойчивой стратификации, если $P_0 = 50 \text{ Вт/м}^2$ (использовать условие совпадения реального ветра с геострофическим по направлению на верхней границе пограничного слоя).

Для высот 100 м, 300 м, 600 м и 1000 м определить:

а) горизонтальные составляющие скорости ветра, модуль и направление ветра по отношению к направлению геострофического ветра;

б) горизонтальные составляющие силы Кориолиса и силы трения.

На основании расчетов построить годограф скорости. При расчетах принять $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$, $\bar{T} = 285 \text{ К}$.

Вариант 3.

Скорость геострофического ветра на широте 65° в пределах пограничного слоя атмосферы не меняется с высотой и равна 11 м/с . Средний вертикальный градиент температуры в пограничном слое равен $\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = -0,4 \text{ К} / 100 \text{ м}$.

Определить величину и направление (по отношению к направлению геострофического ветра) скорости ветра и силы турбулентного трения на высотах 150 м , 400 м и 800 м , высоту пограничного слоя (из условия $aH = \pi$), а также среднее по высоте значение коэффициента турбулентности. При расчетах принять $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$, $\bar{T} = 273 \text{ К}$.

Вариант 4.

Горизонтальный градиент давления на широте 50° в пределах пограничного слоя атмосферы не меняется с высотой и составляет $2 \text{ гПа} / 100 \text{ км}$. При этом давление убывает с юга на север. Считая коэффициент турбулентности постоянным по высоте, определить величину и направление скорости ветра и силы турбулентного трения на высотах 100 , 500 и 1000 м . Рассчитать высоту пограничного слоя и значение среднего по высоте коэффициента турбулентности. Расчеты произвести для условий стратификации, характеризуемых значением среднего вертикального градиента температуры $\frac{\partial T}{\partial z} = -0,5 \text{ К} / 100 \text{ м}$. Принять

$$\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3, \bar{T} = 280 \text{ К}.$$

Задача 3.

1. По данным табл.8, соответствующим Вашему варианту, рассчитать и построить:

- а) суточный ход температуры воздуха на двух высотах;
- б) суточный ход турбулентного потока тепла у поверхности.

2. Определить:

а) время наступления максимального значения температуры и турбулентного потока тепла;

б) высоту теплового пограничного слоя, приняв, что на этой высоте $n=20$.

Таблица №8.

| № варианта | A_R (Bm / m^2) | P_0 (Bm / m^2) | k (m^2 / c) | Состояние почвы | r_0 (%) | z (м) | \bar{T} (°C) |
|------------|-------------------------|-------------------------|----------------------|------------------|-----------|-----------|----------------|
| 1 | 400 | 300 | 6 | Слабо увлажнена | 30 | 10 300 | 25 20 |
| 2 | 250 | 180 | 4 | Хорошо увлажнена | 60 | 20 200 | 18 16 |
| 3 | 200 | 130 | 2 | Сухая | 20 | 2 150 | 15 13 |
| 4 | 450 | 350 | 10 | Сильно увлажнена | 80 | 5 150 | 30 25 |

3. Проанализировать полученные результаты.

Расчеты суточного хода выполнять с интервалом времени в 2 часа. При построении графиков откладывать астрономическое время.

Задача 4.

Вариант 1.

Будет ли образовываться туман в воздухе на уровне 6 м после того, как он пройдет 20 км над морем, если распределение его температуры и влажности над сушей описывалось соответственно: $T_1(z) = +9^\circ C - 0,1z^{0,14}$, $q_1(z) = 3,1\% - 0,2z^{0,14}$, а температура поверхности моря $2^\circ C$. Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м соответственно равны $0,1 m^2/c$ и $10 m/c$.

Определить толщину трансформированного слоя на этом расстоянии, приняв за его верхнюю границу уровень, на котором

$$\frac{T(z) - T_1(z)}{T_0 - T_1(0)} = 0,05$$

Вариант 2.

Определить турбулентный поток тепла на расстоянии 5 км от берега над водной поверхностью с температурой 15°C , если температура воздушной массы над сушей 5°C , коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно $0,5\text{ м}^2/\text{с}$ и $5\text{ м}/\text{с}$. Термическая стратификация неустойчивая. Ветер дует с суши на море. Как изменится результат при устойчивой стратификации?

Вариант 3.

Как изменится относительная влажность на высоте 2 м в воздушной массе после того, как она пройдет 15 км над морем, если над сушей в ней имело место следующее распределение температуры и влажности:

$$T_1(z) = +10^{\circ}\text{C} - 0,2z^{0,14}; \quad q_1(z) = 4,8\% - 0,6z^{0,14}.$$

Температура поверхности моря 20°C , $k_1 = 0,8\text{ м}^2/\text{с}$, $u_1 = 5\text{ м}/\text{с}$.

Что такое внутренний пограничный слой? От чего зависит его толщина? Оценить ее по условиям задачи, приняв, что на его верхней границе

$$\frac{T(z) - T_1(z)}{T_0 - T_1(0)} = 0,1$$

Вариант 4.

Рассчитать скорость испарения с водоема, температура поверхности которого 10°C , на расстоянии 10 км от берега, если на него поступает воздух с суши, имеющий температуру 0°C . Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно $0,8\text{ м}^2/\text{с}$ и $8\text{ м}/\text{с}$. Термическая стратификация равновесная. Влажность воздуха над сушей составляла 60%. Как изменится и чему будет равна скорость испарения на расстоянии 20 км от берега? Объясните причину этого изменения.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----------|
| ОБЩИЕ | |
| УКАЗАНИЯ..... | Error! |
| Bookmark not defined. | |
| ЛИТЕРАТУРА..... | 4 |
| УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ..... | 4 |
| Основные уравнения динамики турбулентной атмосферы..... | 4 |
| Замыкание системы уравнений турбулентной атмосферы, упрощение | |
| уравнений..... | 5 |
| Лучистые притоки тепла..... | 6 |
| Динамика свободной атмосферы..... | 6 |
| Планетарный пограничный слой атмосферы при стационарных и | |
| горизонтально-однородных условиях..... | 7 |
| Приземный слой атмосферы..... | 8 |
| Нестационарные процессы в пограничном слое атмосферы..... | 9 |
| Метеорологические процессы над горизонтально-неоднородной | |
| поверхностью..... | 10 |
| Физические принципы гидродинамического прогноза..... | 10 |
| Некоторые вопросы энергетики атмосферы..... | 11 |
| Динамика циркуляционных систем в атмосфере..... | 11 |
| ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ..... | 12 |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА..... | 32 |

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
но дисциплине
«ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ»

Составители: Егоров Кирилл Леонидович
Еремина Надежда Сергеевна

Редактор